CampuStore
Media Direct Srl Brand
Via Villaggio Europa, 3
36061 Bassano del Grappa (VI) - Italy
R.I. VI, C.F. e P.IVA: 02409740244

Esame di Stato - Liceo Scientifico
Prova scritta di Matematica - 21 giugno 2018

QUESTIONARIO

Quesito 9

Soluzione a cura di S. De Stefani e L. Tomasi

> 9. Sono dati, nello spazio tridimensionale, i punti $A(3,1,0)$, $B(3,-1,2)$, $C(1,1,2)$. Dopo aver verificato che ABC è un triangolo equilatero e che è contenuto nel piano α di equazione $x+y+z-4=0$, stabilire quali sono i punti P tali che $ABCP$ sia un tetraedro regolare.

Dati $A(3,1,0)$, $B(3,-1,2)$ e $C(1,1,2)$:

- *ABC* è triangolo equilatero se *AB* = *BC* = *AC*:

  $AB = \sqrt{0+4+4} = 2\sqrt{2}$,

  $BC = \sqrt{4+4+0} = 2\sqrt{2}$,

  $AC = \sqrt{4+0+4} = 2\sqrt{2}$.

  ABC **è equilatero !**

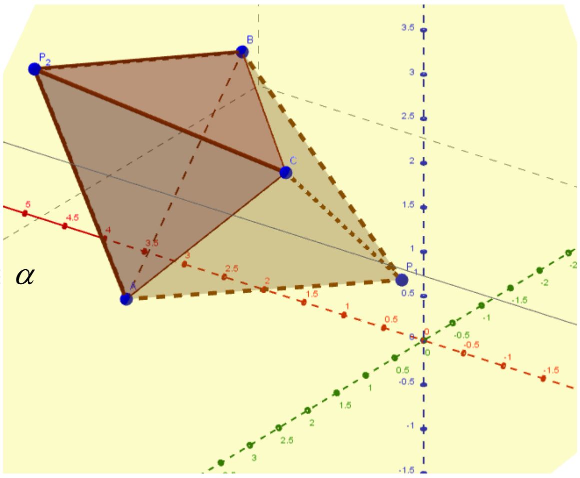
- *ABC* è contenuto in $\alpha : x + y + z - 4 = 0$ se $A, B, C \in \alpha$

  $A \in \alpha$: $3 + 1 + 0 - 4 = 0$

  $B \in \alpha$: $3 - 1 + 2 - 4 = 0$

  $C \in \alpha$: $1 + 1 + 2 - 4 = 0$

  ABC **è contenuto nel piano α**

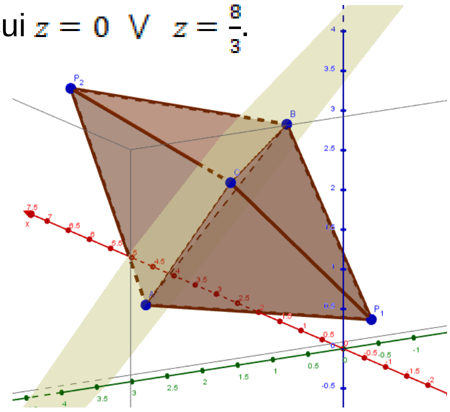


- *ABCP* è tetraedro regolare se *AP* = *BP* = *CP* = $2\sqrt{2}$:

$$\begin{cases} (x-3)^2 + (y-1)^2 + z^2 = (x-3)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 \\ (x-3)^2 + (y-1)^2 + z^2 = (x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-2)^2 \\ (x-3)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -2y+1=2y+1-4z+4 \\ -6x+9=-2x+1-4z+4 \\ (x-3)^2+(y-1)^2+z^2=8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y=z-1 \\ x=z+1 \\ (z-2)^2+(z-2)^2+z^2=8 \end{cases}$$ ➔ $3z^2-8z=0$, da cui $z=0 \ \vee \ z=\frac{8}{3}$.



Se $z=0$, $\boldsymbol{P_1(1,-1,0)}$;

se $z=\frac{8}{3}$, $\boldsymbol{P_2\left(\frac{11}{3},\frac{5}{3},\frac{8}{3}\right)}$.