

Esame di Stato - Liceo Scientifico
Prova scritta di Matematica – 21 giugno 2018

QUESTIONARIO

Quesito 8

Soluzione a cura di L. Rossi e L. Tomasi

8. In un gioco a due giocatori, ogni partita vinta frutta 1 punto e vince chi per primo raggiunge 10 punti. Due giocatori che in ciascuna partita hanno la stessa probabilità di vincere si sfidano. Qual è la probabilità che uno dei due giocatori vinca in un numero di partite minore o uguale a 12?

Indichiamo con A e con B i 2 giocatori.

Il numero minimo di partite da giocare affinché uno dei 2 giocatori vinca è $n=10$.

Supponiamo che vinca il giocatore A.

La probabilità che vinca su $n=10$ partite è: $\left(\frac{1}{2}\right)^{10}$.

La probabilità che vinca su $n=11$ partite è: $10 \left(\frac{1}{2}\right)^{10} \left(\frac{1}{2}\right)$. (non si conta il caso in cui A possa aver vinto le prime 10 partite delle 11 perché già contemplato nel caso precedente).

La probabilità che vinca su $n=12$ partite è: $55 \left(\frac{1}{2}\right)^{10} \left(\frac{1}{2}\right)^2$. (non si contano i casi in cui A possa aver vinto 10 delle prime 11 partite perché già contemplate nei casi precedenti).

Quindi la probabilità che vinca il giocatore A in un numero di partite minore o uguale a 12 è:

$$p(A) = \left(\frac{1}{2}\right)^{10} + 10 \left(\frac{1}{2}\right)^{10} \left(\frac{1}{2}\right) + 55 \left(\frac{1}{2}\right)^{10} \left(\frac{1}{2}\right)^2$$

La probabilità che vinca uno dei due giocatori è:

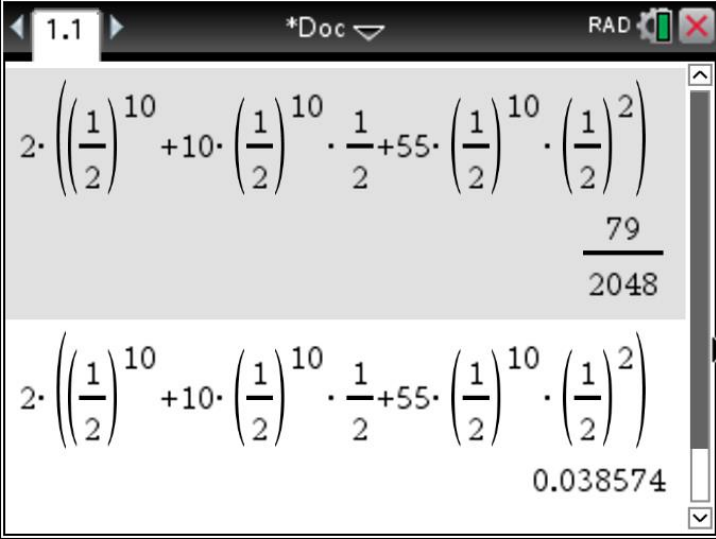
$$p(E) = 2 \left[\left(\frac{1}{2}\right)^{10} + 10 \left(\frac{1}{2}\right)^{10} \left(\frac{1}{2}\right) + 55 \left(\frac{1}{2}\right)^{10} \left(\frac{1}{2}\right)^2 \right] \sim 3,9\%.$$





Un commento sull'uso della calcolatrice TI-Nspire CX nel quesito 8 (E. Castagnola e L. Tomasi)

Con la calcolatrice TI-Nspire CX, nell'ambiente Calcolo otteniamo quanto segue



$$2 \cdot \left(\left(\frac{1}{2} \right)^{10} + 10 \cdot \left(\frac{1}{2} \right)^{10} \cdot \frac{1}{2} + 55 \cdot \left(\frac{1}{2} \right)^{10} \cdot \left(\frac{1}{2} \right)^2 \right)$$

$$\frac{79}{2048}$$

$$0.038574$$

da cui si deduce che $p(E) \approx 3.9\%$.

Si noti che la calcolatrice, pur non essendo CAS, visualizza il valore esatto della probabilità sotto forma di frazione.

