CampuStore
Media Direct Srl Brand
Via Villaggio Europa, 3
36061 Bassano del Grappa (VI) - Italy
R.I. VI, C.F. e P.IVA: 02409740244

Simulazione di prova scritta di Matematica – Fisica – 28 febbraio 2019

Quesito 7 - Soluzione con la calcolatrice grafica TI-Nspire CX di Texas Instruments

Soluzione a cura di: Formatori T³ Italia - Teachers Teaching with Technology

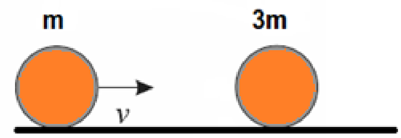
7. Una sfera di massa m urta centralmente a velocità v una seconda sfera, avente massa $3m$ ed inizialmente ferma.
   a. Stabilire le velocità delle due sfere dopo l'urto, nell'ipotesi che tale urto sia perfettamente elastico.
   b. Stabilire le velocità delle due sfere dopo l'urto, nell'ipotesi che esso sia completamente anelastico. Esprimere, in questo caso, il valore dell'energia dissipata.

Soluzione

Punto a

Se l'urto è perfettamente elastico possiamo scrivere le equazioni di conservazione della quantità di moto e dell'energia cinetica del sistema:

$$\begin{cases} m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = m_1\vec{V}_1 + m_2\vec{V}_2 \\ \frac{1}{2}m_1v_1^2 + \frac{1}{2}m_2v_2^2 = \frac{1}{2}m_1V_1^2 + \frac{1}{2}m_2V_2^2 \end{cases}$$



Indichiamo con V_1 e V_2 le velocità delle due masse dopo l'urto.

Sostituendo e proiettando nell'unica dimensione del moto si ottiene:

$$\begin{cases} mv = mV_1 + 3mV_2 \\ \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}mV_1^2 + \frac{1}{2}3mV_2^2 \end{cases}$$

Ovvero

$$\begin{cases} v = V_1 + 3V_2 \\ v^2 = V_1^2 + 3V_2^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} v - V_1 = 3V_2 \\ v^2 - V_1^2 = 3V_2^2 \end{cases}$$

Scomponendo nella seconda equazione si ha:

$$\begin{cases} v - V_1 = 3V_2 \\ (v - V_1)(v + V_1) = 3V_2^2 \end{cases}$$

Sostituendo si ha:

$$\begin{cases} v - V_1 = 3V_2 \\ 3V_2(v + V_1) = 3V_2^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} v - V_1 = 3V_2 \\ v + V_1 = V_2 \end{cases}$$

Sommando termine a termine, si ha:

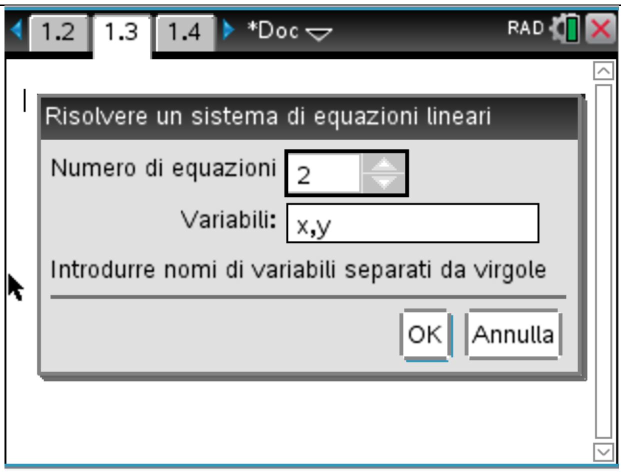
$$\begin{cases} 2v = 4V_2 \\ v - V_1 = 3V_2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} V_1 = -\dfrac{1}{2}v \\ V_2 = \dfrac{1}{2}v \end{cases}$$

Osservazione sul punto 1 e l'uso della calcolatrice

Abbiamo visto che il sistema di secondo grado è stato trasformato in un sistema lineare.

Possiamo usare la calcolatrice per risolvere un sistema lineare (anche se è un sistema facile). Tuttavia la calcolatrice non è CAS. Quindi siamo costretti a fissare un valore per la velocità iniziale, ad esempio v=6 m/s.

Inseriamo una pagina calcolatrice. Ctrl>Doc>Aggiungi calcolatrice. Menu>Algebra>Risolvi un sistema di equazioni lineari. Al posto di *x* sostituiamo v_1 e al posto di *y* sostituiamo v_2.	

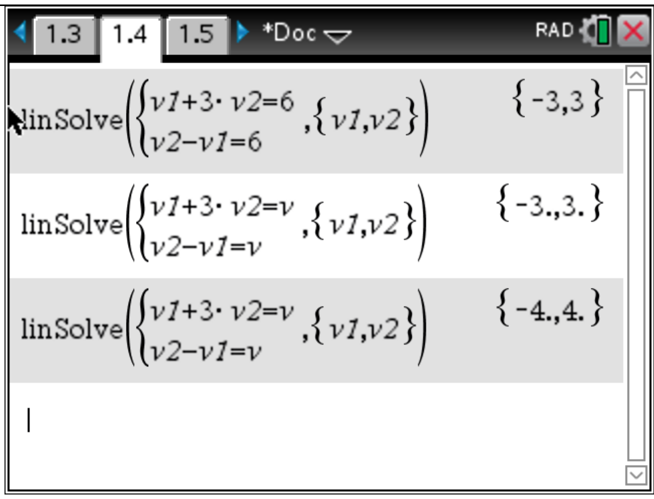
Dopo aver introdotto il sistema di equazioni lineari, con velocità v=6 m/s, si ottiene la soluzione

$$\begin{cases} v_1 = -3 \\ v_2 = 3 \end{cases}$$

Possiamo anche usare un cursore (slider) da chiamare v e risolvere il sistema lineare.

Otteniamo una soluzione che corrisponde alla soluzione simbolica:

$$\begin{cases} v_1 = -\dfrac{v}{2} \\ v_2 = \dfrac{v}{2} \end{cases}$$



Punto b.
Se l'urto è totalmente anelastico, allora l'energia cinetica non si conserva e i due corpi proseguono il moto tra loro uniti, con massa 4*m*. Scriviamo la conservazione della quantità di moto:

$$m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = m_1\vec{V}_1 + m_2\vec{V}_2$$

nella direzione del moto:

$$mv = (m+3m)V$$

Quindi si ha:

$$V = \frac{1}{4}v.$$

L'energia cinetica prima dell'urto è

$$K = \frac{1}{2}mv^2.$$

L'energia cinetica dopo l'urto è

$$K' = \frac{1}{2}4mV^2 = \frac{1}{2}4m\left(\frac{v}{4}\right)^2 = \frac{1}{2}4m\left(\frac{v}{4}\right)^2 = \frac{1}{8}mv^2.$$

L'energia dissipata è:

$$\Delta K = K - K' = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{8}mv^2 = \frac{3}{8}mv^2,$$

pari al 75% dell'energia cinetica iniziale.

Commento sintetico
Livello di difficoltà stimato del quesito: medio.
L'argomento è presente nel QdR di Fisica? Sì (nella classe III).
Di solito, viene svolto nella pratica didattica usuale? Sì.
Per la risoluzione del problema è l'uso della calcolatrice grafica permette soltanto di risolvere un sistema, peraltro semplice, di equazioni lineari.