CampuStore
Media Direct Srl Brand
Via Villaggio Europa, 3
36061 Bassano del Grappa (VI) - Italy
R.I. VI, C.F. e P.IVA: 02409740244

Esame di Stato - Liceo Scientifico
Prova scritta di Matematica - 21 giugno 2018

QUESTIONARIO

Quesito 4
Soluzione a cura di S. De Stefani e L. Tomasi

4. Considerata la funzione $f(x)=\frac{3x-e^{sen\,x}}{5+e^{-x}-\cos x}$, determinare, se esistono, i valori di $\lim_{x\to+\infty} f(x)$, $\lim_{x\to-\infty} f(x)$, giustificando adeguatamente le risposte fornite.

Il primo limite è $+\infty$:

- $$\lim_{x\to+\infty}\left(\frac{3x-e^{senx}}{5+e^{-x}-cosx}\right)=+\infty$$

  Giustificazione
  Essendo $-1\leq senx\leq 1$, si ha che $\frac{1}{e}\leq e^{senx}\leq e$, quindi il numeratore tende a + ∞;

  mentre il denominatore, per $x\to+\infty$ (non è restrittivo supporre $x\geq 0$), è limitato; per $x\geq 0$ si ha infatti:

  $4\leq 5+e^{-x}-\cos x\leq 7$ che si ottiene aggiungendo 5 alle seguenti disuguaglianze $-1\leq e^{-x}-\cos x\leq 2$.

Il secondo limite vale 0:

- $$\lim_{x\to-\infty}\left(\frac{3x-e^{senx}}{5+e^{-x}-cosx}\right)=0$$

  Giustificazione.
  Il limite si presenta nella forma indeterminata $\left[\frac{\infty}{\infty}\right]$.
  Applicando la regola di De l'Hospital per questa forma indeterminata, si arriva a $\lim_{x\to-\infty}\left(\frac{3-cosx\cdot e^{senx}}{-e^{-x}+senx}\right)$, con numeratore limitato per x che tende a $-\infty$, ma denominatore che tende all'infinito, da cui il risultato.