CampuStore
Media Direct Srl Brand
Via Villaggio Europa, 3
36061 Bassano del Grappa (VI) - Italy
R.I. VI, C.F. e P.IVA: 02409740244

Esame di Stato - Liceo Scientifico
Prova scritta di Matematica - 21 giugno 2018

QUESTIONARIO

Quesito 4
Soluzione a cura di S. De Stefani e L. Tomasi

4. Considerata la funzione $f(x)=\dfrac{3x-e^{\operatorname{sen} x}}{5+e^{-x}-\cos x}$, determinare, se esistono, i valori di $\lim_{x\to+\infty} f(x)$, $\lim_{x\to-\infty} f(x)$, giustificando adeguatamente le risposte fornite.

Il primo limite è $+\infty$:

- $\lim_{x\to+\infty}\left(\dfrac{3x-e^{senx}}{5+e^{-x}-cosx}\right)=+\infty$

  Giustificazione
  Essendo $-1\leq senx\leq 1$, si ha che $\frac{1}{e}\leq e^{senx}\leq e$, quindi il numeratore tende a + ∞;

  mentre il denominatore, per $x\to+\infty$ (non è restrittivo supporre $x\geq 0$), è limitato; per $x\geq 0$ si ha infatti:

  $4\leq 5+e^{-x}-\cos x\leq 7$ che si ottiene aggiungendo 5 alle seguenti disuguaglianze $-1\leq e^{-x}-\cos x\leq 2$.

Il secondo limite vale 0:

- $\lim_{x\to-\infty}\left(\dfrac{3x-e^{senx}}{5+e^{-x}-cosx}\right)=0$

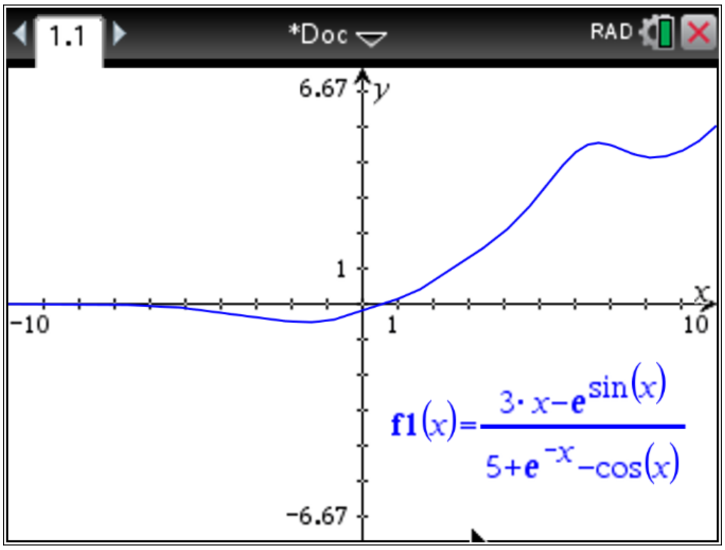
  Giustificazione.
  Il limite si presenta nella forma indeterminata $\left[\frac{\infty}{\infty}\right]$.

  Applicando la regola di De l'Hospital per questa forma indeterminata, si arriva a $\lim_{x\to-\infty}\left(\dfrac{3-cosx\cdot e^{senx}}{-e^{-x}+senx}\right)$, con numeratore limitato per x che tende a $-\infty$, ma denominatore che tende all'infinito, da cui il risultato.

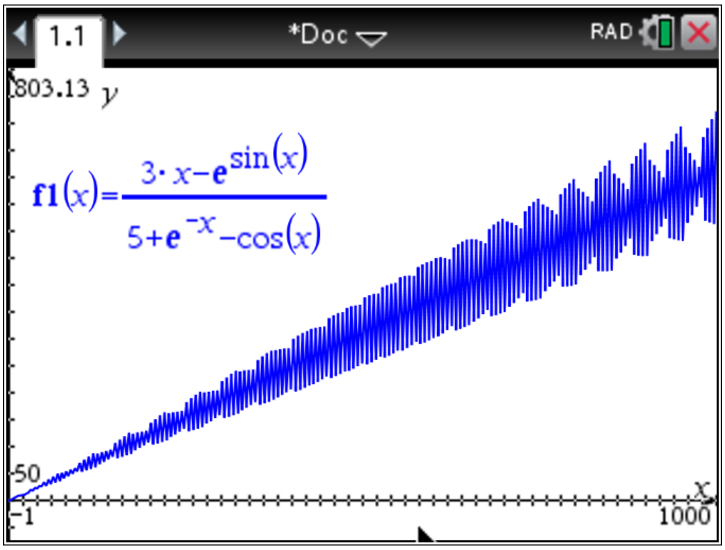
Esplorazioni sul quesito 4 con la calcolatrice grafica (TI-Nspire CX) di E. Castagnola

In questo quesito la calcolatrice grafica poteva essere utile per alcune esplorazioni sui grafici delle funzioni coinvolte nel calcolo dei due limiti richiesti.

Inseriamo la nostra funzione nell'ambiente grafico della calcolatrice.

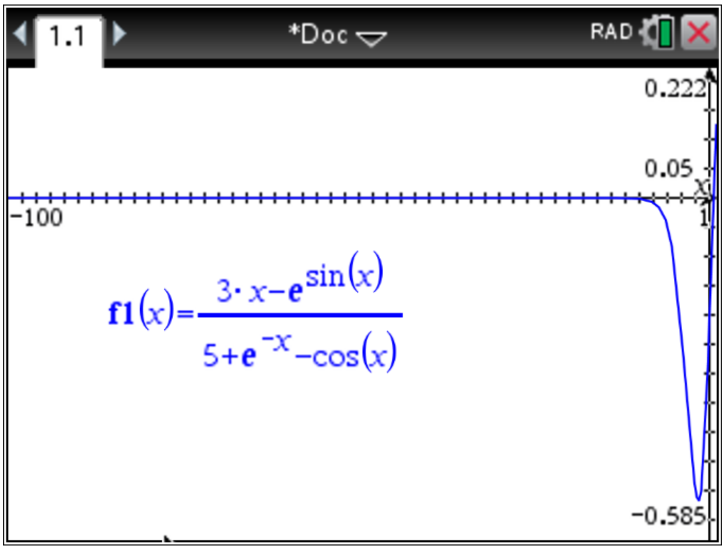


Un primo esame del grafico nella finestra standard ci porta a supporre che il limite per $x \to -\infty$ sia uguale a zero. Modifichiamo ora in modo opportuno la finestra di visualizzazione



Il grafico che otteniamo è estremamente espressivo e lascia chiaramente intuire che il limite per $x \to +\infty$ sia $+\infty$.

Vediamo cosa succede quando consideriamo valori di x grandi in valore assoluto e negativi.



Questa schermata conferma in qualche modo l'intuizione iniziale.